

Oplossingen nr 3

Oplossing Gewichten (Nootje uit het februari-nummer)

Vraag

Je hebt 6 gewichten: paar rode, paar witte, paar blauwe. Elk paar bestaat uit een lichte en een zware. Alle lichte zijn even zwaar, net zoals de zware.

Vind in 2 wegingen met een balans welke de zware zijn.

Oplossing

De rode gewichten noemen we r_1 en r_2 , de witte w_1 en w_2 en de blauwe b_1 en b_2 .

De eerste weging doen we als volgt: links r_1 en b_1 en rechts r_2 en w_1 . Nu is de balans in evenwicht óf hij slaat naar een kant uit.

Stel dat de balans in evenwicht is. Omdat r_1 en r_2 verschillen, moet r_1 ongelijk aan b_1 zijn en r_2 ongelijk aan w_1 , ofwel: r_1, b_2 en w_1 zijn even zwaar. Nu hoeven we in de tweede weging alleen r_1 tegen r_2 te wegen.

Stel dat de balans aan één kant zwaarder is. Als rechts zwaarder is, dan weten we dat r_2 zwaar is en dat w_1 minstens zo zwaar is als b_1 (want als w_1 licht zou zijn en b_1 zwaar, dan zou de balans in evenwicht zijn). Nu doen we de tweede weging als volgt: links r_2 en b_2 en rechts b_2 en w_1 . Nu zijn er drie mogelijkheden:

- Rechts is zwaarder. Stel dat b_2 licht zou zijn, dan is b_1 zwaar en kan de balans nooit naar rechts doorslaan. Dus b_2 is dan zwaar. Links hebben we r_2 staan (die zwaar is), dus moeten er rechts twee zware staan, dus ook w_1 is zwaar. Kortom: r_2, w_1 en b_2 zijn de zware gewichten.
- Er is evenwicht. Omdat b_1 en b_2 verschillend van gewicht zijn en omdat r_2 zwaar is, moet w_1 wel licht zijn en b_1 ook. Kortom: r_2, w_2 en b_2 zijn de zware gewichten.
- Links is zwaarder. Stel dat b_1 licht zou zijn, dan is b_2 zwaar en kan de balans nooit naar links doorslaan. Dus b_1 is dan zwaar. Omdat w_1 minstens zo zwaar is als b_1 , is w_1 zwaar. Ook wisten we al dat r_2 zwaar is. Kortom: r_2, w_1 en b_1 zijn de zware gewichten.

Als de balans na de eerste weging naar links uitslaat, dan geldt dezelfde redenering als

Er zijn meerdere oplossingen. Een andere goede oplossing is:

Eerste weging: $r_1 + w_1$ en $w_2 + b_2$. Nu zijn er drie mogelijkheden (L staat voor 'licht' en Z voor 'zwaar'):

I. De balans is in evenwicht. Dan: (ZL en ZL) of (LZ en LZ).

Volgende meting: r_1 en r_2 .

II. Rechts is zwaarder. Dan: (LL en ZL) of (LL en ZZ) of (ZL en ZZ). We weten dan dat w_1 licht is en w_2 zwaar.

Volgende meting: $r_1 + b_2$ en $w_1 + w_2$. Dan zijn er drie mogelijkheden:

- (i). De balans is in evenwicht. Dan is r_1 licht en b_2 zwaar.
- (ii). Rechts is zwaarder. Dan is r_1 licht en b_2 licht.
- (iii). Links is zwaarder. Dan is r_1 zwaar en b_2 zwaar.

III. Links is zwaarder. Dan: (LZ en LL) of (ZZ en LL) of (ZZ en LZ). We weten dan dat c_2 zwaar is en c_1 licht.

Volgende meting: $r_1 + b_2$ en $w_1 + w_2$. Dan zijn er drie mogelijkheden:

- (i). De balans is in evenwicht. Dan is r_1 zwaar en b_2 licht.
- (ii). Rechts is zwaarder. Dan is r_1 licht en b_2 licht.
- (iii). Links is zwaarder. Dan is r_1 zwaar en b_2 zwaar.