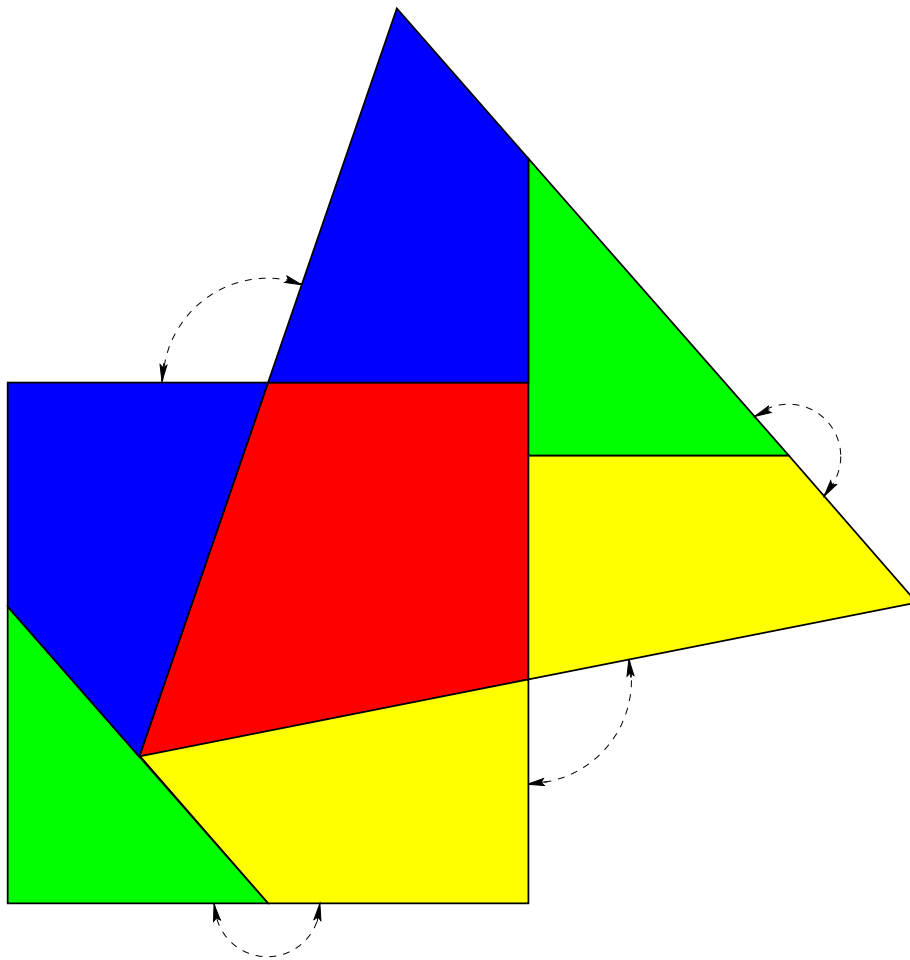


# Dudeney's scharnierpuzzel

Chris Zaal

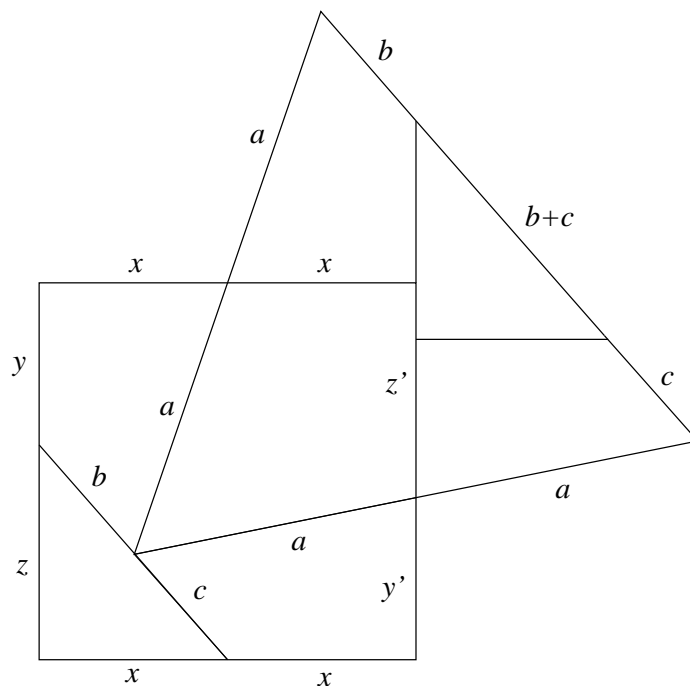
January 30, 2000

Dudeney's scharnierpuzzel bestaat uit vier stukjes, waarmee je zowel een vierkant als een gelijkzijdige driehoek kunt leggen, zie de figuur hieronder. De puzzel heet een scharnierpuzzel, omdat je 'al schanierend' het vierkant kunt veranderen in een driehoek. Het doel van dit stukje is uit te leggen hoe je zelf deze puzzel kunt construeren.



## Berekeningen

We noemen de halve zijde van het vierkant  $x$  en de halve zijde van de driehoek  $a$ , zie de figuur hieronder.



Oppervlakte van driehoek en vierkant zijn, zodat  $(2x)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a\sqrt{3}$  (half maal basis maal hoogte), waaruit volgt:

$$a = \frac{2}{3} \sqrt[4]{27}.$$

Verder volgt uit de figuur dat  $y + z = y' + z'$  en  $y + z' = y' + z$ . Aftrekken geeft  $z - z' = z' - z$ , waaruit volgt dat:

$$z = z', \quad \text{dus ook} \quad y = y'.$$

Kijken we naar de linkerbovenzijde van de driehoek, dan volgt  $b + (b + c) + c = 2a$ . Dus:

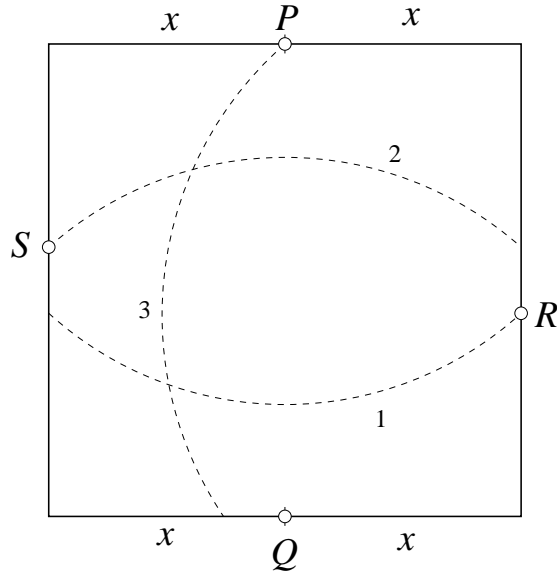
$$b + c = a.$$

Hiermee kunnen we de figuur zelf construeren.

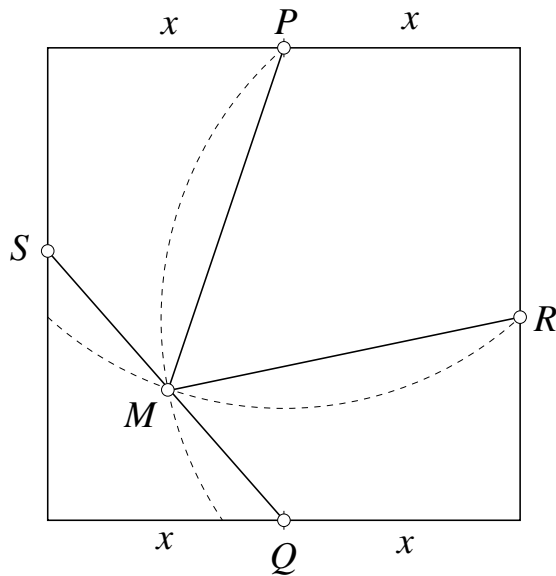
## Constructie

Met de afgeleide gegevens gaan we de puzzel zelf construeren. We gaan uit van een vierkant met halve zijde  $x$ . Dan is  $a$  gelijk aan  $\frac{2}{3}\sqrt[4]{27}x = 1,51967x$ . Bijvoorbeeld, als  $x = 5$  cm, dan is  $a = 7,598$  cm.

In het vierkant passen we op twee tegenover elkaar liggende zijden de helften  $P$  en  $Q$  van de zijden af. Dan trekken we drie cirkels met straal  $a$ , achtereenvolgens vanuit  $P$ ,  $Q$  en het snijpunt  $R$  van de eerste cirkel met het vierkant.



Het snijpunt van de tweede cirkel op de zijde tegenover  $R$  noemen we  $S$ . Dan ligt het snijpunt  $M$  van de cirkels 1 en 3 op het lijnstuk  $QS$ . Nu zijn we er: trek  $MP$  en  $MR$  en klaar is de onderverdeling van het vierkant.



## Bouwplaat

De volgende tekening kun je gebruiken als een bouwplaat voor Dudeney's puzzel. Print hem uit, plak hem op een stuk MDF-plaat en zaag de stukken uit. Geef elk van de vier stukken een andere kleur. Nu kun je mensen lastig vallen met de vraag: "Kun je hiervan een vierkant leggen?". Lukt dit, dan komt de tweede vraag: "En nu een driehoek!"

