

Het thema van de 47ste jaargang van *Pythagoras* is 'wiskunde en kunst'. In deze eerste aflevering schrijft Jeanine Daems over wiskunde en literatuur. Op het eerste gezicht hebben wiskunde en literatuur niet zoveel met elkaar te maken. Maar er zijn auteurs die erg beïnvloed zijn door wiskunde, bijvoorbeeld omdat ze naast schrijver ook wiskundige zijn, en dat zie je terug in hun werk.

■ door Jeanine Daems

WISKUNDE IN WONDERLAND



Lewis Carroll (1832-1898) was in zijn tijd een bekend wiskundige. Maar dat we zijn naam nu nog steeds kennen, komt door zijn wereldberoemd geworden kinderboek *Alice's Adventures in Wonderland*. Lewis Carroll was niet zijn eigen naam, het is een pseudoniem. In feite heette hij Charles Lutwidge Dodgson. Behalve schrijver en wiskundige was hij ook deken in de Anglicaanse kerk (de volgende stap, die van dominee, heeft hij nooit gezet) en verdienstelijk amateur-fotograaf. Hij leefde in Oxford, waar hij kennis maakte met de kinderen Liddell, de dochters van een collega. Een van die kinderen heette Alice, en zijn personage Alice is op haar gebaseerd.



kan zien lijkt precies op de kamer waar ze zelf in staat, maar hoe zit dat met de rest? Hoe kan ze zeker weten dat er in de gespiegelde kamer ook een vuur brandt in de haard, of waar de hal heenleidt waarvan ze maar een klein stukje kan zien? De spiegel blijkt minder massief dan ze dacht en ze be-

landt in de gespiegelde kamer. Alice komt er al snel achter dat de dingen in de spiegelwereld die ze niet kon zien inderdaad heel anders zijn dan die in de gewone wereld.

Dit levert een aantal interessante gedachte-experimenten op: wat is er anders als de hele wereld in spiegelbeeld werkt? Alice wil graag naar een heuvel toelopen, maar het lukt haar niet. Elke keer als ze in de richting van de heuvel loopt, komt ze op den duur weer uit bij het huis waar ze vandaan komt. Tot ze bij een bloembed met pratende bloemen arriveert. Ze maakt een praatje, en dan komt de *Red Queen* (de koningin van het schaakspel) in zicht.

MEISJES ZIJN SLAGEN In het beroemde *Alice's Adventures in Wonderland* valt Alice in een konijnenhol. Ze komt in een sprookjesachtige wereld terecht waar de vreemdste wezens rondlopen, waar de tijd niet loopt zoals je denkt en waar Alice steeds groter en kleiner wordt, al dan niet door het eten van koekjes of paddestoelen. In dit boek vinden we wiskunde vooral in grapjes met logica. Zo probeert Alice in hoofdstuk 5 de *Pigeon* (duif) ervan te overtuigen dat ze geen slang is:

"No, no! You're a serpent; and there's no use denying it. I suppose you'll be telling me next that you never tasted an egg!" "I have tasted eggs, certainly," said Alice, who was a very truthful child; "but little girls eat eggs quite as much as serpents do, you know." "I don't believe it," said the Pigeon; "but if they do, why, then they're a kind of serpent: that's all I can say."

De *Pigeon* zegt dus eigenlijk: slangen eten eieren en meisjes eten eieren, dus meisjes zijn slangen. Dat is duidelijk geen logisch geldige afleiding!

SPIEGELMOTIEF Carroll heeft nog een boek over Alice geschreven: *Through the Looking Glass and What Alice Found There*. We zien in dit tweede deel meer wiskunde dan in het eerste. Het eerste voorbeeld daarvan is de spiegel uit de titel. Ook in dit boek komt Alice in een bijzondere andere wereld terecht. Deze keer bevindt die zich aan de andere kant van de spiegel. Alice is gefascineerd door de kamer die ze kan zien in de spiegel die boven de open haard hangt. Het stuk van die kamer dat ze

"I think I'll go and meet her," said Alice, for, though the flowers were interesting enough, she felt that it would be far grander to have a talk with a real Queen. "You can't possibly do that," said the Rose: "I should advice you to walk the other way." This sounded nonsense to Alice, so she said nothing, but set off at once towards the Red Queen. To her surprise she lost sight of her in a moment, and found herself walking in at the front-door again. A little provoked, she drew back, and, after looking everywhere for the Queen (whom she spied out at last, a long way off), she thought she would try the plan, this time, of walking in the opposite direction. It succeeded beautifully.

Volgens Martin Gardner, die voetnoten bij de Alice-boeken heeft geschreven, is dit een duidelijke verwijzing naar het feit dat vooruit en achteruit door een spiegel worden omgedraaid, als je in de richting van de spiegel loopt of daar vandaan.

Het spiegelmotief komt ook op een andere manier aan de orde. Alice ontmoet Tweedledum en Tweedledee, twee mannetjes die erg op elkaar lijken en zich als elkaars spiegelbeeld gedragen: ze staan bijvoorbeeld met de armen om elkaar heen, dus als ze Alice netjes een hand willen geven, geeft het ene mannetje haar zijn rechterhand en het andere mannetje zijn linker.

Het thema van een andere wereld waarin alles het gespiegeld is ten opzichte van de gewone wereld komt ook terug in *De torens van februari*, van de Nederlandse schrijfster Tonke Dragt. Ook dat boek is zeker de moeite van het lezen waard! Dragt heeft een gedicht uit *Through the Looking Glass* opgenomen als motto van haar boek, dat ze als volgt vertaald heeft:

*En nu, als ik per ongeluk
Mijn vingers in de lijmpot stop
Of als een gek mijn rechtervoet
In 't linkerschoentje prop,
Of als ik op mijn grote teen
Iets zwaars laat vallen, ach,
Dan ween ik, want ik denk meteen
Aan die oude man van lang geleën,
Met sneeuw wit haar, zo was er geen?*

Interessant is ook de structuur van *Through the Looking Glass*: het is opgebouwd als een potjes schaak. Veel personages zijn schaakstukken, en ze komen elkaar alleen tegen als ze elkaar in het spel inderdaad ontmoeten op dat moment (bijvoorbeeld doordat ze op aangrenzende vakjes staan). Alice wil graag een koningin worden, dus ze moet beginnen als een pion:

10 *"Oh, what fun it is! How I wish I was one of them!
I wouldn't mind being a Pawn, if only I might join
– though of course I should like to be a Queen, best."
She glanced rather shyly at the real Queen as she
said this, but her companion only smiled pleasantly,
and said: "That's easily managed. You can be the
White Queen's Pawn, if you like, (...) and you're in
the Second Square to begin with: when you get to the
Eighth Square you'll be a Queen –" Just at this moment,
somehow or other, they began to run.*

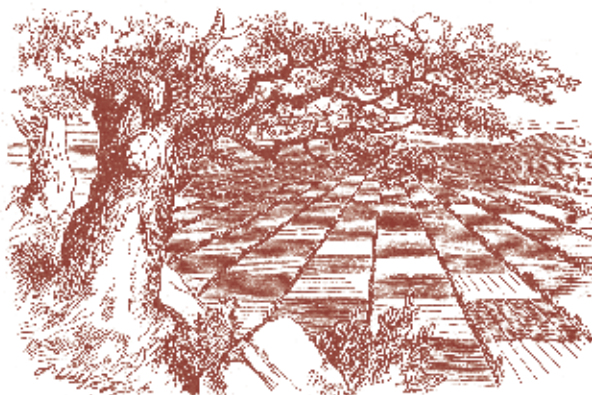
Op haar reis naar het achtste vakje ontmoet Alice onder andere de *White Queen* en de *White Knight*

(het witte paard, een personage dat misschien een karikatuur is van Lewis Carroll zelf).

GEORGES PEREC Het idee om een verhaal te structureren volgens een bepaald ruimtelijk patroon, zien we ook in het werk van de Franse schrijver Georges Perec (1936-1982). Perec was lid van de *Oulipo*, wat in het Frans een afkorting is voor 'werkplaats voor mogelijke literatuur'. De Oulipo was een club voor schrijvers en wiskundigen die in 1960 werd opgericht. De beginvraag was: hoe kun je wiskundige structuren gebruiken bij het schrijven van literatuur?

Een van Perecs beroemdste boeken is *Het leven een gebruiksaanwijzing* (*La Vie mode d'emploi*). Hij heeft dat verhaal gestructureerd aan de hand van een wiskundig patroon, op een manier die een beetje lijkt op die van Carroll. Het verhaal speelt zich af in een groot appartementencomplex in Parijs. Het voorraanzicht is een vierkant van tien bij tien appartementen. De hoofdstukken zijn allemaal aan een bepaalde ruimte in het gebouw gekoppeld, er wordt bijvoorbeeld verteld hoe die ruimte er uitziet of we komen iets te weten over de geschiedenis van de bewoner. Als een bepaalde ruimte in een hoofdstuk een rol speelt, dan is de ruimte die in het volgende hoofdstuk een rol speelt met een paardensprong te bereiken. De vraag is natuurlijk: kun je op een tien bij tien schaakbord ergens beginnen en dan steeds met paardensprongen naar andere vakjes springen tot je uiteindelijk alle honderd vakjes precies één keer bezocht hebt? Het antwoord is ja. Perec heeft zijn paardensprongwandeling gevonden door het gewoon te proberen.

SYLVIE AND BRUNO Een ander paar boeken van Carroll dat bij elkaar hoort, bestaat uit *Sylvie and Bruno* en *Sylvie and Bruno Concluded*. Ook in deze boeken bevindt de hoofdpersoon zich afwisselend in de gewone realiteit en in een droomwereld. De hoofdpersoon is hier niet een klein meisje,



maar een volwassen man. In de gewone wereld zien we hem vooral als hij zijn vriend Arthur bezoekt, die dokter is en hopeloos verliefd is op Lady Muriel.

Af en toe krijgt hij een *eerie* gevoel over zich, en dan komt hij steeds, in meer of mindere mate, in een andere wereld terecht. Die wereld hangt nauw samen met de feëenwereld. Hij ontmoet regelmatig zus en broer Sylvie en Bruno, die feëen zijn, maar ook af en toe in kinderen kunnen veranderen. Sylvie is de verstandige, gevoelige grote zus, die erop toeziet dat Bruno zijn lessen leert. Bruno heeft natuurlijk een hekel aan die lessen, dus hij probeert daar zoveel mogelijk onderuit te komen.

In deze twee boeken is het thema wiskunde niet zo duidelijk aanwezig, het komt maar een paar keer om de hoek kijken. Maar in *Sylvie and Bruno Concluded* komt een wiskundig gezien erg interessant hoofdstuk voor. Lady Muriel stelt de hoofdpersoon voor aan *Mein Herr*, een Duitser die erg veel lijkt op de professor die hij regelmatig tegenkomt in zijn droomwereld. Mein Herr bekijkt het handwerkje van Lady Muriel. Hij vraagt haar of ze ooit gehoord heeft van *Fortunatus's Purse*, de portemonnee van Fortunatus. (Fortunatus was in de vijftiende en zestiende eeuw een populair personage uit Duitse verhalen. Hij kreeg een portemonnee van de godin van de voorspoed, die hij in een bos tegengekomen was. Elke keer als hij geld uitgaf, werd het vanzelf aangevuld!)

Mein Herr weet te vertellen dat je uit drie zakdoeken zelf *Fortunatus's Purse* kunt maken! Lady Muriel gaat natuurlijk meteen aan de slag. Om te begrijpen wat zijn idee is, kijken ze eerst naar een ander object: de Möbiusband.

"You have seen the puzzle of the Paper Ring?" Mein Herr said, addressing the Earl. "Where you take a slip of paper, and join its ends together, first twisting one, so as to join the upper corner of one end to the lower corner of the other?" "I saw one made, only yesterday," the Earl replied. "Muriel, my child, were you not making one, to amuse those children you had to tea?" "Yes, I know that Puzzle," said Lady



Muriel. "The Ring has only one surface, and only one edge, It's very mysterious!"

Het is erg eenvoudig om zelf een Möbiusband te maken, zoals Mein Herr hierboven ook al uitlegt. Neem een strook papier en maak de ene kant aan de andere vast, zodat er een ring ontstaat. Maar je doet dat niet op de normale manier: je draait één van de uiteinden een halve slag, zodat je de bovenkant van het ene uiteinde vastplakt aan de onderkant van het andere. Het leuke aan de band die je als resultaat krijgt, is dat hij uit één oppervlak bestaat. Als je een

mier zou zijn die over de band loopt, dan moet je een afstand van twee keer de lengte van de band afleggen voor je weer op je beginpunt uitkomt. Op een normale band zou je na één keer de lengte van de strook afgelegd te hebben alweer op je begintpunt uitgekomen zijn, terwijl je de andere kant van de strook helemaal niet gezien zou hebben.

ZAKDOEKEN, NAALD EN DRAAD Er bestaat een soortgelijk object dat wat ingewikkelder is: de *fles van Klein*. Net als de Möbiusband is de fles van Klein zelf tweedimensionaal: het is een oppervlak. Maar terwijl de Möbiusband in drie dimensies leeft (je kunt er gewoon een maken, zoals we al gezien hebben), is het onmogelijk om een fles van Klein te maken in de driedimensionale ruimte zonder een zelfdoorsnijding te krijgen. Pas in de vierde dimensie zou het object zonder zelfdoorsnijdingen kunnen bestaan. Maar Mein Herr vertelt Lady Muriel hoe ze zo'n object kan naaien.

Je kunt het zelf ook proberen, je ruimtelijk inzicht zal op de proef gesteld worden! Je hebt drie zakdoeken nodig, en naald en draad. (Tip: met servetten en nietjes gaat het ook.) De instructie kun je lezen op pagina 12. Zodra de derde zakdoek in het spel komt, ontstaat er een probleem. Maar Lady Muriel komt zo ver niet:

"I see!" Lady Muriel eagerly interrupted. "Its outer surface will be continuous with its inner surface! But it will take time. I'll sew it up after tea." She laid

Maak zelf een Kleinse fles met drie zakdoeken, naald en draad



1



2



3



4



5



6a



6b



6c



6d



6e



7



8



9



10



11



12



13a



13b



13c



14



15



16

1: Benodigdheden: drie zakdoeken, een bolletje garen en een naald.
2: Leg twee zakdoeken op elkaar.
3: Naai de rechter bovenhoeken aan elkaar.
4: Naai de linker bovenhoeken aan elkaar.
5: Aan de bovenkant ontstaat nu deze opening. Let op: deze opening mag NOOIT worden dichtgenaaid.
6a t/m e: Leg de onder-

kant van de bovenste zakdoek andersom op de onderkant van de onderste zakdoek.
7: Naai de onderkanten zo aan elkaar vast.
8: Dit is het resultaat. Er zijn (buiten de opening aan de bovenkant) nog vier kanten vrij.
9: De derde zakdoek komt erbij.
10: Leg de derde zakdoek zo aan de bovenste zakdoek.

11: Naai de derde zakdoek zo aan de bovenste zakdoek vast.
12: Ga verder met het vastnaaien van de derde zakdoek aan de volgende vrije kant die je tegenkomt.
13a t/m c: Als je in een hoekpunt aankomt, ga je verder met de vrije kant die je tegenkomt en die NIET bij de bovenkant hoort.
14: Als je met de vierde kant van de derde zakdoek bezig bent, dan kom je na

een tijdje in de problemen: je kunt niet meer zo makkelijk verder naaien, want er zit van alles in de weg.
15: Begin dan in het andere hoekpunt waar dezelfde twee kanten bij elkaar komen en naai ze ook een stukje aan elkaar vast vanaf de andere kant. Het probleem zit nu in het midden, je kunt niet meer verder. Je fles van Klein is af.
16: Zo ziet het resultaat eruit.

aside the bag, and resumed her cup of tea. "But why do you call it Fortunatus's Purse, Mein Herr?"

Dat is een goede vraag: wat heeft deze rare tas met de portemonnee van Fortunatus te maken? Mein Herr heeft hier een duidelijk antwoord op:

"Don't you see, my child – I should say Miladi? Whatever is inside that Purse, is outside it; and whatever is outside it, is inside it. So you have all the wealth of the world in that leetle Purse!"

VERDER LEZEN? Er zijn natuurlijk nog veel meer romans waarin wiskunde een belangrijke rol speelt. Hieronder staan er nog een paar, met een korte omschrijving, misschien zit er iets leuks voor je bij.

Mark Haddon: *Het wonderbaarlijke voorval met de hond in de nacht*

Jeugdboek vanuit het perspectief van een autistische jongen die geobsedeerd is door wiskunde. De jongen probeert de moord op de hond van een buurvrouw op te lossen, maar hij heeft veel moeite de wereld om zich heen te begrijpen. De hoofdstukken zijn genummerd met priemgetallen en er wordt wat wiskunde uitgelegd, bijvoorbeeld hoe de zeef van Eratosthenes werkt (dat is een manier om priemgetallen te vinden), en achterin zit een appendix met een wiskundig bewijs! Dit is een mooi, grappig en ook wel ontroerend boek.

Gebruikte literatuur

Lewis Carroll, *The Annotated Alice, with an introduction and notes by Martin Gardner* (Penguin, 1976)

The complete works of Lewis Carroll (Penguin, 1988)

Apostolis Doxiadis, *Oom Petros en het vermoeden van Goldbach* (De Bezige Bij, 2000)

Tonke Dragt, *De torens van februari* (Leopold, 1973)

Mark Haddon, *The curious incident of the dog in the night-time* (Vintage, 2003)



Apostolis Doxiadis: *Oom Petros en het vermoeden van Goldbach*

Oom Petros is het zwarte schaap van de familie, maar zijn neef weet niet waarom. Op een dag gaat hij op zoek naar de reden en hij ontdekt dat zijn oom vroeger wiskundige was. Hij heeft zijn hele leven besteed aan een mislukte poging het vermoeden van Goldbach te bewijzen. Dat vermoeden zegt dat elk even getal groter dan 2 te schrijven is als de som van twee priemgetallen. Oom Petros balanceert op

het randje van de waanzin. Maar is oom Petros nou gek of geniaal?

Daniel Kehlmann: *Het meten van de wereld*

Dit boek gaat over twee wetenschappers aan het eind van de achttiende eeuw: de wiskundige Carl Friedrich Gauss en de ontdekkingsreiziger Alexander von Humboldt. Hun persoonlijkheden zijn volkomen tegengesteld, maar allebei willen ze graag meer weten over de wereld. Gauss komt over als een bijzonder onaardige en ongeduldige man. Von Humboldt reist naar Zuid-Amerika om dat werelddeel beter in kaart te brengen, Gauss blijft het liefst in zijn eigen kamer en vindt het al te veel gedoe om naar een conferentie in Berlijn te gaan. Het is een vermakelijk boek en het heeft in Duitsland wekenlang bovenaan de bestsellerlijsten gestaan. ■

Daniel Kehlmann, *Het meten van de wereld* (Querido, 2006)

Harry Mathews, Alastair Brotchie (editors), *Oulipo Compendium* (Atlas Press, 1988)

Georges Perec, *Het leven een gebruiksaanwijzing* (De Arbeiderspers, 1996)

De tekeningen zijn van John Tenniel, afkomstig uit *The Annotated Alice, Alice's Adventures in Wonderland and Through the Looking-Glass*