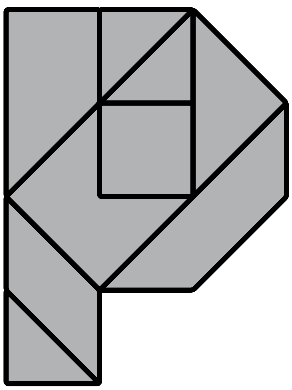
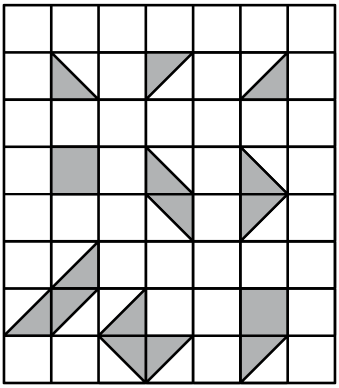
In het septembernummer schreef *Pythagoras* de Pygram-prijsvraag uit. Er waren zes opdrachten en even zoveel prijzen van elk honderd euro.

■ door Thijs Notenboom en Matthijs Coster

PYGRAMPRIJSVRAAG: DE UITSLAG





De prijsvraag van deze jaargang week af van de getallenprijsvragen van de afgelopen jaren. Dat was bij de 'W(iskunde)-opdrachten' te merken: met name W1 en W2 werden als heel lastig ervaren. Daar stond tegenover dat men zijn/haar creativiteit de vrije loop kon laten bij de 'A(rtistiek)-opdrachten'. Vooral op deze laatste vragen kwamen tientallen reacties binnen, variërend van A4-tjes (meer dan honderd) waarop de Pygramstukjes waren geplakt tot complete bouwwerken, en daarnaast een aantal foto's van dergelijke bouwwerken.

OPDRACHT W1 EN W2 *Gebruik de negen Pygramstukjes om zo veel mogelijk verschillende convexe figuren te maken. Twee figuren zijn pas echt verschillend, als je ze niet door draaien of ondersteboven leggen op elkaar kunt passen. Je mag ook afzonderlijke stukjes ondersteboven draaien om een convexe figuur te leggen.* Aldus luidde opdracht W1. Opdracht W2 was identiek, maar het vierkante figuurtje (in het midden van de P) moet worden weggelaten.

Essentieel voor een juiste beantwoording van deze vragen was het besef dat alle zijden veelvouden zijn van 1 en $\sqrt{2}$. Of anders geformuleerd dat alle stukjes kunnen worden opgebouwd uit basisdriehoekjes met zijden 1, 1 en $\sqrt{2}$.

Helaas kwam de jury regelmatig inzendingen tegen waarbij een zijde ter lengte 3 was geplakt tegen een zijde ter lengte $2\sqrt{2}$. Een dergelijke figuur kan nooit convex zijn. Wat ook heel lastig bleek te zijn, was na te gaan dat bepaalde convexe vormen niet meerdere malen werden ingestuurd.

Er waren vijf personen die zowel opdracht W1 als W2 helemaal goed instuurden. Zij vonden dertien oplossingen met negen Pygramstukjes (W1) en zestien oplossingen met acht Pygramstukjes (W2). Meer oplossingen zijn er (inderdaad) niet.

De jury besloot de prijzen in de categorie W1 en W2 toe te kennen aan Marcel Nijman en de Vrije School Den Haag (docent G.M. Alaerts). Marcel Nijman bedacht een slimme methode om te bepalen hoeveel oplossingen er zijn. Hij ging uit van rechthoeken waaruit maximaal vier hoeken geknipt konden worden. Hij ging voor elk van de situaties na hoeveel oplossingen er waren. De jury was onder de indruk van zijn benadering. De Vrije School Den Haag categoriseerde de oplossingen door de omtrek van de convexe vormen te bepalen.

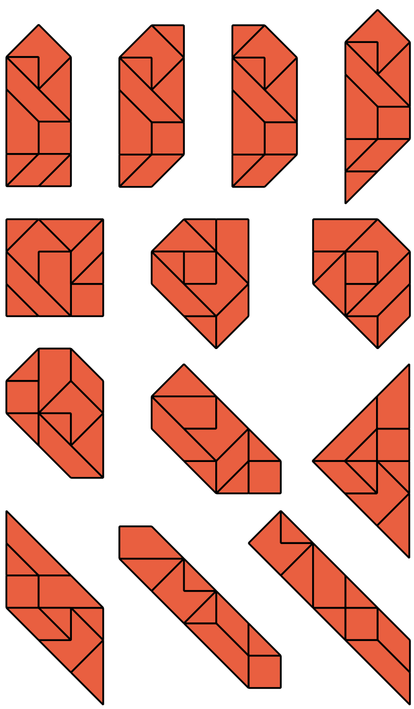
OPDRACHT W3 EN W4 *Leg met de negen Pygramstukjes een figuur met een zo groot/klein mogelijke omtrek. Bereken de omtrek van je figuren door te stellen dat de zijden van het kleine vierkantje lengte 1 hebben. De figuur hoeft niet convex te zijn, maar er mag geen gat in zitten. Stukjes mogen alleen tegen elkaar aan gelegd worden als hun zijden passen. Dat wil zeggen: of de tegen elkaar aan liggende zijden zijn even lang, of er passen meerdere stukjes precies tegen een grotere aan.* Aldus luidde opdracht W3. Opdracht W4 was identiek, maar dan met weglating van het vierkantje.

De beantwoording van deze opdrachten was een stuk eenvoudiger. Om tot een zo klein mogelijke omtrek te komen, moeten de stukjes zo gelegd worden dat het uiterlijk zoveel mogelijk lijkt op een cirkel. Bij W3 (negen stukjes) is de minimale omtrek, $6+4\sqrt{2}$, bij W4 (acht stukjes) $8+2\sqrt{2}$.

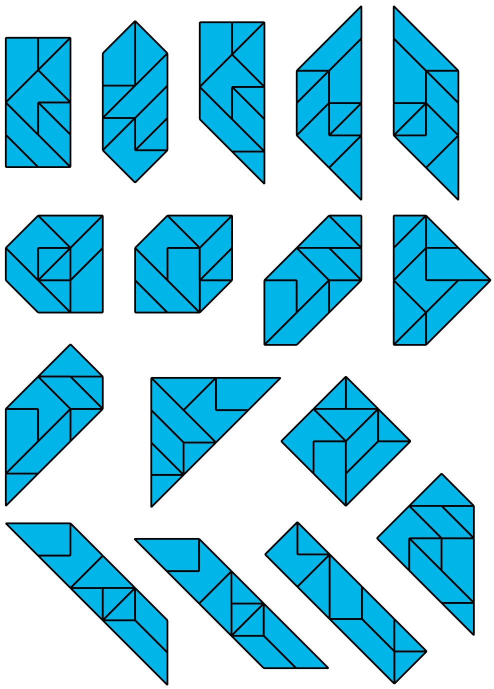
Om te zoeken naar de grootst mogelijke omtrek kan eerst het beste de omtrek van alle stukjes afzonderlijk worden bepaald. Deze totale omtrek (bij W3; negen stukjes) is $22+14\sqrt{2}$. Vervolgens wordt de totale omtrek steeds met tweemaal de lengte van de gemeenschappelijke zijde verminderd. Uiteraard proberen we deze gemeenschappelijke zijde zo klein mogelijk te kiezen. Dat gaat altijd, met uitzondering van de grote driehoek (met rechthoekszijden $\sqrt{2}$ en schuine zijde 2). Hier gingen de meeste inzenders (de jury incluis) de fout in door deze grote driehoek met een rechthoekszijde tegen een ander Pygramstukje te leggen. De uiteindelijke omtrek wordt dan
$22+14\sqrt{2}-2\sqrt{2}-14=8+12\sqrt{2}$,
terwijl de schuine zijde ook aan twee andere stukjes gelegd kan worden. In dat geval is de omtrek
$22+14\sqrt{2}-16=6+14\sqrt{2}$.

Op dezelfde manier kun je het antwoord van W4 (acht stukjes) vinden. Hier is de grootst mogelijke omtrek $4+14\sqrt{2}$.

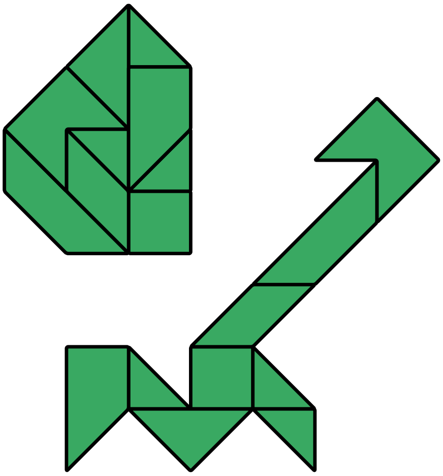
Jeroen Soesbergen leverde keurig verzorgde oplossingen van W3 en W4. De Stedelijke Scholengemeenschap Nehalennia (docent Paul Koster) stuurde een prachtige map op waarin overzichtelijk de

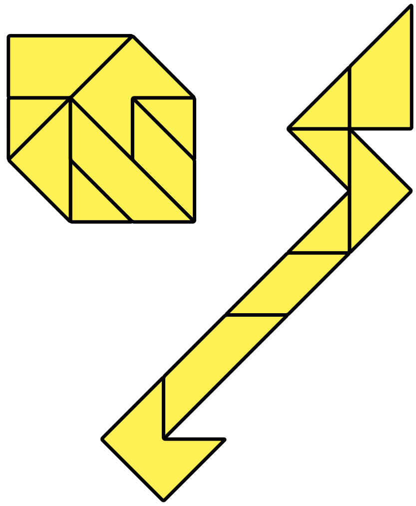


Opdracht W1: met de negen Pygramstukjes kun je dertien convexe figuren leggen



Opdracht W2: zonder het vierkante stukje kun je zestien convexe figuren leggen





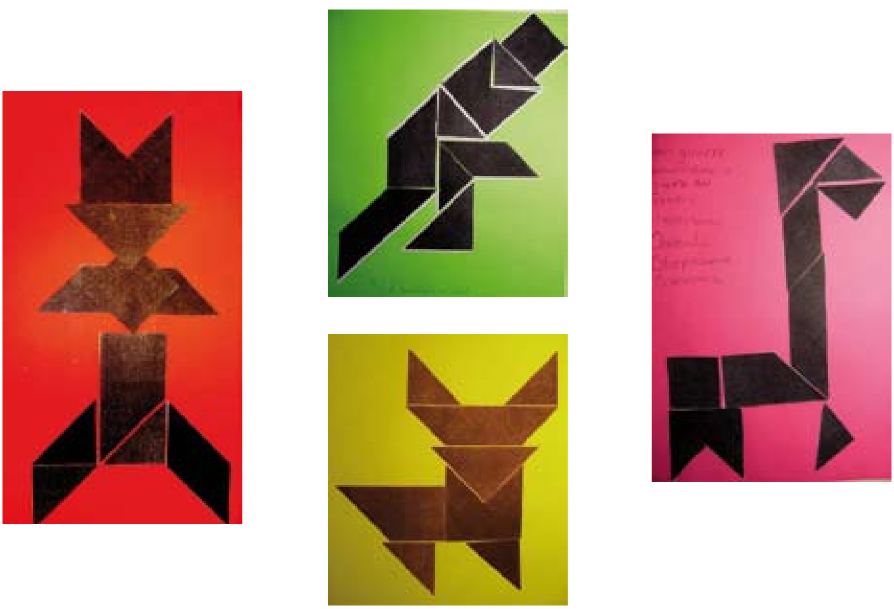
Opdracht W3: de kleinst mogelijke omtrek die je met de negen stukjes kunt maken, is $6+4\sqrt{2}$, de grootst mogelijke omtrek is $6+14\sqrt{2}$

Opdracht W4: de kleinst mogelijke omtrek die je met de acht stukjes (vierkantje weggelaten) kunt maken, is $8+2\sqrt{2}$, de grootst mogelijke omtrek is $4+14\sqrt{2}$

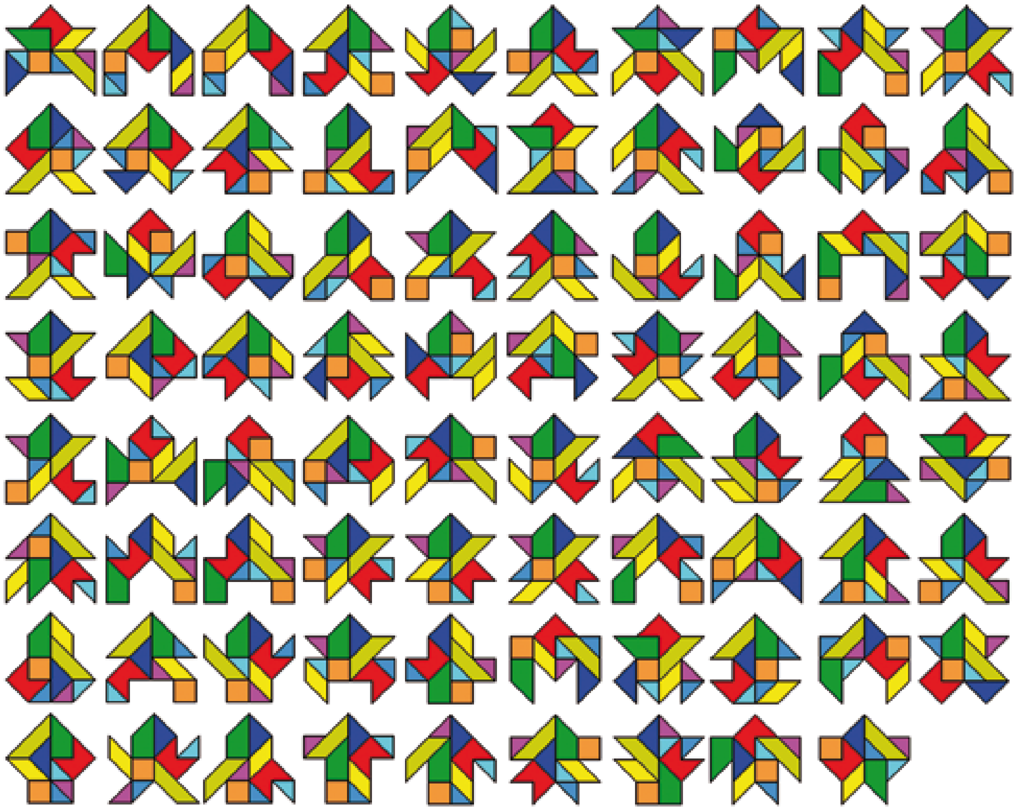
verschillende vragen waren samengebracht. De jury heeft besloten de prijzen in de categorie W3 en W4 aan hen toe te kennen.

OPDRACHT A1 *Kies een thema, bijvoorbeeld 'letters' of 'verkeersborden'. Maak met de Pygramstukjes zo veel mogelijk fraaie figuren die in het thema passen.* De winnaar van deze opdracht is de Montessorischool uit Groningen. Lerares Stephanie Siersma wist haar leerlingen te mobiliseren om een collage te maken met in totaal 61 figuren, waarvan er heel wat in het rijk der dieren thuishoren.

OPDRACHT A2 Opdracht A2 was een vrije opdracht, waar vrijwel alles mocht. Dit was voor KSO Glorieux uit België aanleiding om groots uit te pak-



Vier van de 61 figuren uit de collage van de Montessorischool Groningen



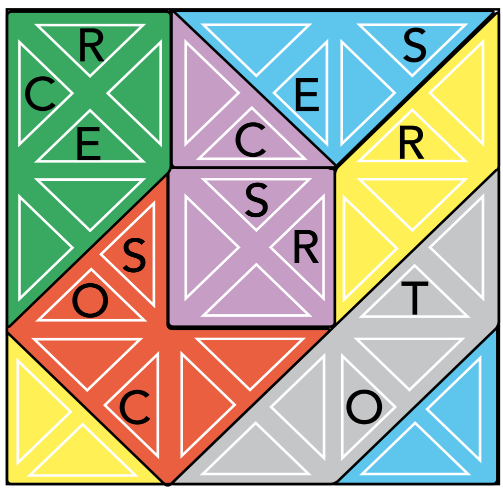
Figuren met een verticale symmetrie-as

ken. De onvolprezen docente Odette De Meulemeester heeft met haar leerlingen werk afgeleverd dat met kop en schouders boven elke andere inzending uitsteekt. Naast het correct beantwoorden van alle W-opdrachten zijn er bij de artistieke opdrachten meerdere thema's grootschalig uitgewerkt.

Deze school uit het Belgische Ronse zocht alle figuren die je met de Pygramstukjes kunt maken binnen een vierkant van 4 bij 4, die een verticale symmetrie-as hebben. Ze beperkten zich tot figuren zonder gaten en waarbij de stukjes met elkaar een zijde gemeenschappelijk hebben. Ze vonden er in totaal niet minder dan 347!

Verder bedachten ze een 'Pygram-sudoku'. Het diagram is een vierkant gevuld met de pygramstukjes. Deze sudoku heeft drie rijen en drie kolommen van elk zes vakjes (met de vorm). De acht Pygramstukjes (het vierkantje doet niet mee) hebben zes verschillende kleuren. Op elke rij, in elke kolom en op elke kleur moeten de letters C, O, S, T, E en R precies eenmaal voorkomen.

Ook bedachten de leerlingen van De Meulemeester een soort memoryspel op een bord dat de vorm van een 3-4-5-driehoek heeft, ze maakten fantastische figuren met verschillende soorten symmetrie en ze ontwierpen kerst- en nieuwjaarskaarten met de Pygramstukjes.



Een sudoku-variant met de Pygramstukjes

De resultaten heeft de A2-winnaar op een aparte website geplaatst: http://ksoglorieux.classy.be. ■